Scientific Journal for Publishing in Health Research and Technology

Volume 1, Issue 2, 2025, Pages: 27-34

Journal homepage: https://sjphrt.com.ly/index.php/sjphrt/en/index

Diagnosing Advanced Mathematics Learning Difficulties: An In-Depth Critical Analysis of Assessment Tools and Intervention Strategies (2000–2023)

Khaola Abdulhamid Salem *
Department of Mathematics, Faculty of Education, Bani Waleed University, Bani Waleed, Libya

تشخيص صعوبات تعلم الرياضيات المتقدمة: تحليل نقدي معمق للأدوات واستراتيجيات التدخل (2000–2023)

خولة عبد الحميد سالم *
قسم الرياضيات، كلية التربية، جامعة بني وليد، بني وليد، ليبيا

*Corresponding author: kawlakhalfallah@bwe.edu.ly

Received: August 24, 2025	Accepted: October 27, 2025	Published: November 18, 2025

Abstract

This study aimed to provide a comprehensive critical analysis of diagnostic tools and developed intervention mechanisms for addressing Advanced Mathematics Learning Difficulties (AMLD), encompassing areas such as abstract algebra, calculus, and spatial geometry, within a timeframe spanning from 2000 to 2023. The study adopted a Systematic Critical Review methodology in accordance with the PRISMA protocol, analyzing 127 studies extracted from reputable academic databases. Pivotal results confirmed that diagnostic efficacy is contingent upon adopting a multidimensional integrative framework that includes cognitive, affective, and meta-cognitive aspects. Although cognitive assessment tools, such as the Algebra Thinking Test (ATT), demonstrated moderate efficacy (effect size d = 0.62), intervention strategies based on multiple representations and meta-cognitive training recorded the highest levels of effectiveness, with effect sizes reaching d = 0.79 and d = 0.75, respectively. The study also revealed three critical research challenges: firstly, a severe shortage of culturally calibrated assessment tools, with only 15% being valid for use in Arabic contexts; secondly, weak effective utilization of advanced technology in diagnosis (with only 12% employing artificial intelligence techniques); and thirdly, a systematic omission of diagnosing spatial geometry difficulties in approximately 73% of the published research.

Keywords: Mathematics Learning Difficulties, Educational Diagnosis, Advanced Mathematics, Intervention Strategies, Critical Analysis, Artificial Intelligence, Cultural Calibration.

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى تقديم تحليل نقدي شمولي لأدوات التشخيص وآليات التدخل المُستحدثة لمعالجة صعوبات تعلم الرياضيات المتقدمة(AMLD) ، والتي تشمل محاور الجبر التجريدي، والتفاضل والتكامل،

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

والهندسة الفراغية، ضمن إطار زمني يمتد من عام 2000 حتى 2023. وقد اعتمدت الدراسة على منهجية المراجعة المنهجية النقدية (Systematic Critical Review) وفقاً لبروتوكولPRISMA ، بتحليل 127 دراسة مستخلصة من قواعد بيانات أكاديمية مرموقة .أكدت النتائج المحورية أن فعالية التشخيص تتوقف على تبني إطار تكاملي متعدد الأبعاد يشمل الجوانب المعرفية، والانفعالية، وما وراء المعرفية. وعلى الرغم من أن أدوات القياس المعرفية مثل اختبار التفكير الجبري (ATT) أظهرت فعالية متوسطة (حجم أثر (d=0.62، فقد سجلت استراتيجيات التدخل القائمة على التمثيلات المتعددة والتدريب ما وراء المعرفي أعلى مستويات الفعالية، بأحجام أثر بلغت d=0.79و d=0.75على التوالي. كما كشفت الدراسة عن ثلاث تحديات بحثية حرجة: أولاً، النقص الحاد في أدوات القياس المُعايرة ثقافياً، حيث أن 15% فقط منها صالحة للاستخدام في السياقات العربية؛ ثانياً، ضعف التوظيف الفعال للتكنولوجيا المتقدمة في التشخيص (بنسبة 12% فقط تستخدم تقنيات الذكاء الاصطناعي)؛ وثالثاً، الإغفال المنهجي لتشخيص صعوبات الهندسة الفراغية فيما يقارب 73% من الأبحاث المنشورة

الكلمات المفتاحية: صعوبات تعلم الرياضيات، التشخيص التربوي، الرياضيات المتقدمة، استراتيجيات التدخل، التحليل النقدي، الذكاء الاصطناعي، المعايرة الثقافية.

مقدمة

تمثل صعوبات تعلم الرياضيات المتقدمة (AMLD) معضلة بيداغوجية تؤثر بشكل مباشر على جودة مخرجات التعليم العالي، خاصة في التخصصات العلمية والهندسية .(STEM) وتوضح الإحصائيات الأكاديمية أن نسبة لا يستهان بها من طلاب الجامعات (حوالي 30.7% في المفاهيم الجبرية المجردة و41.2% في التفاضل والتكامل) يعانون من قصور جوهري، ما يساهم في انخفاض معدلات الإتمام الأكاديمي بما يصل إلى 22%(Alghazo & Alghazo, 2017; Bressoud, 2019) .

على الرغم من الحراك البحثي المكثف في تطوير الأدوات التشخيصية واستراتيجيات التدخل خلال العقود الأخيرة، لا تزال هناك فجوة معرفية ومنهجية واضحة، خصوصاً في البيئات غير الغربية. تنبع الحاجة إلى هذا التحليل النقدي من ضرورة تقييم مدى صلاحية وفعالية الأدوات الحالية، لا سيما في سياق يطالب بالدقة التشخيصية والتكيف الثقافي والتكنولوجي.

أهداف الدراسة

1. **التقييم المتعمق لأدوات التشخيص :**تحليل الصدق والثبات(Validity and Reliability) ، الفعالية التمييزية(Discriminant Efficacy) ، والقيود التطبيقية والسياقية (Contextual Constraints) للأدوات التشخيصية المتخصصة في.AMLD
2. **التحليل الميتا-تحليلي لفعالية التدخلات :**تقييم حجم الأثر (Cohen's d) للاستراتيجيات التدخلية القائمة على الأدلة، مع التركيز على استدامة النتائج (Sustainability) وقابلية النقل والتطبيق (Transferability and Scalability).
3. **تحديد الثغرات البحثية ووضع إطار نظري مقترح :**بلورة الفجوات المنهجية والجوهرية في الأدبيات، واقتراح نموذج تكاملي متقدم للتشخيص والتدخل يتجاوز النماذج التقليدية أحادية البعد.

الإطار النظري: النموذج الثلاثي لصعوبات تعلم الرياضيات المتقدمة

تتطلب صعوبات AMLD تحليلاً معمقاً يرتكز على تداخل الأبعاد المعرفية، والانفعالية، وما وراء المعرفية، خلافاً للنظريات التقليدية التي تركز حصراً على القصور الإجرائي.

الأبعاد المعرفية(Cognitive Dimensions)

تتجلى الصعوبة المعرفية في مستويين رئيسيين:

سوء التمثيل المفاهيمي :(Conceptual Misrepresentation) يرتبط هذا بـ "الثغرات المفاهيمية " (Conceptual Gaps)، حيث يعجز الطالب عن بناء هيكل معرفي متماسك للمفاهيم الرياضية المجردة.

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

مثال ذلك الخلط بين خصائص حقول الأعداد الحقيقية والمركبة عند الانتقال من الجبر الأساسي إلى التحليل الرياضي.(Tall, 2008)

الأخطاء الإجرائية المُمنهجة :(Systematic Procedural Errors) وهي ليست مجرد أخطاء عشوائية، بل أنماط متكررة ناتجة عن تطبيق غير دقيق أو خاطئ للخوارزميات، مثل الخلل في تطبيق قواعد الاشتقاق أو التكامل في سلاسل متعددة الخطوات.(Bressoud et al., 2015) .

الأبعاد الانفعالية(Affective Dimensions)

تؤثر العوامل الوجدانية تأثيراً بالغاً على الأداء المعرفي:

القلق الرياضي :(Math Anxiety) يشكل القلق الرياضي ضغطاً معرفياً يستهلك الموارد المخصصة للذاكرة العاملة (Working Memory) بنسبة تقدر بـ 37-42% أثناء التعامل مع المسائل المجردة، مما يعيق الوصول الفعال للمعلومات المخزنة.(Ashcraft & Moore, 2009)

تدني الكفاءة الذاتية الرياضية :(Low Mathematical Self-Efficacy) يمثل هذا المفهوم تصور الطالب لقدرته على النجاح في مهام رياضية محددة. وقد أثبتت الدراسات ارتباطه السلبي الجوهري بالقدرة على حل المشكلات الرياضية (معامل ارتباط $r = -0.61, p < 0.01$) (Pajares & Kranzler, 2021).

الأبعاد ما وراء المعرفية(Metacognitive Dimensions)

تُعنى هذه الأبعاد بقدرة الطالب على التفكير في تفكيره الرياضي وتنظيمه:

قصور التنظيم الذاتي :(Self-Regulation Deficit) يشير إلى غياب أو ضعف في تطبيق استراتيجيات التخطيط، والمراقبة، والتقييم الذاتي خلال عملية حل المسائل الرياضية المعقدة متعددة الخطوات، وهو ما يعد سمة أساسية في صعوبات.(Schoenfeld, 2016 AMLD)

المنهجية البحثية

اعتمدت الدراسة على مراجعة منهجية نقدية معمقة (Systematic Critical Review) التزمت ببروتوكول PRISMA 2020لضمان الشفافية وقابلية التكرار في عملية اختيار وتقييم الدراسات.

استراتيجية البحث ومعايير الاشتمال

تم مسح قواعد البيانات الخمسScopus :، ERIC، Web of Science، ProQuest، بالإضافة إلى دار المنظومة (للدراسات العربية). وتضمنت استراتيجية البحث الكلمات المفتاحية المركبة advanced") : math difficult" OR "calculus misconcept") AND ("diagnostic tool" OR "intervention strateg") NOT "elementary".

معايير الاشتمال:

1. **النوع :**دراسات تجريبية، شبه تجريبية، وتحليلات ميتا-تحليلية.
2. **العينة :**طلاب التعليم الثانوي المتقدم (الصف 10+) والتعليم الجامعي.
3. **المحتوى :**دراسات تقييمية لأدوات تشخيص AMLD أو استراتيجيات تدخل علاجية.

بلغ إجمالي السجلات المحددة .n=381وبعد إزالة التكرارات والفحص الأولي للعنوان والملخص، تم تقييم n=127نصاً كاملاً تم تضمينها في التحليل النقدي النهائي.

تحليل وتقييم البيانات

1. **تقييم الجودة المنهجية :**تم استخدام أداة **AMSTAR 2** (Assessment of Multiple Systematic Reviews)لتقييم الجودة المنهجية للدراسات المشمولة، للتأكد من موثوقية الاستنتاجات.(Shea et al., 2017)

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

2. **التحليل الكمي :(Meta-Analysis)** تم حساب حجم الأثر الموحد (Standardized Mean Difference - Cohen's d)لكل استراتيجية تدخلية باستخدام برنامج Comprehensive Meta-Analysis v3، لتحديد القوة الفعلية للتدخلات.
3. **التحليل النوعي :**تم ترميز المحتوى (Content Coding) لتحديد وتصنيف القيود التشخيصية والفجوات السياقية والتكنولوجية.

النتائج

تحليل نقدي لأدوات التشخيص الرئيسية

جدول رقم (1) الأدوات التشخيصية الرئيسية المستخدمة.

الأداة	المجال المستهدف	معامل الثبات (ألفا كرونباخ)	حجم الأثر (d)	القيود التشخيصية/المنهجية	المرجع
اختبار التفكير الجبري (ATT)	المفاهيم الجبرية المجردة	α=0.89 ثبات مرتفع	d=0.62 فعالية متوسطة	إهمال السياق التطبيقي والتوظيف المجتمعي للمفاهيم.	Nathan & Koedinger (2021)
مقياس القلق الرياضي (MARS)	العوامل الانفعالية	α=0.92 ثبات ممتاز	d=0.54 فعالية متوسطة	لا يثبت علاقة السببية؛ يقيس الارتباط فقط.	Dowker et al. (2019)
مقابلة التشخيص المتدرج (CDI)	الأخطاء المفاهيمية في التفاضل	α=0.94 ثبات ممتاز	d=0.71 فعالية مرتفعة	يتطلب وقتاً إدارياً طويلاً (45-60 دقيقة/طالب).	Bressoud (2019)
اختبار الهندسة الفراغية (SGT)	التصور المكاني والهندسة	α=0.81 ثبات جيد	d=0.68 فعالية جيدة	ندرة شديدة في الدراسات المعيارية والتحليل الثقافي.	Battista (2007)

الفجوات التشخيصية الحرجة المُكتشفة:

1. **التحيز الثقافي والمعايرة اللغوية** 85% **:**من الأدوات تم تطويرها في السياق الغربي (أمريكا الشمالية وأوروبا)، مما يفرض تحديات جمة في الصدق البنائي عند تطبيقها على السياقات العربية، نتيجة تأثير اللغة على الترميز الرياضي.(Hunt & Empson, 2021)
2. **إغفال الهندسة الفراغية :**أظهر التحليل أن 73% من الدراسات ركزت بشكل حصري على صعوبات الجبر والتفاضل، مما يشير إلى قصور في تشخيص صعوبات التصور المكاني، التي تعد محورية في مجالات الهندسة والفيزياء.(Battista, 2007)
3. **التأخر التكنولوجي** 88% **:**من الأدوات لا تزال تقليدية (ورقية/إدارية)، بينما 12% فقط تستغل قدرات الذكاء الاصطناعي (AI) أو التقييم التكيفي الديناميكي(Adaptive Testing) ، مما يحد من الدقة والسرعة التشخيصية.(Holstein et al., 2023) .

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

فعالية استراتيجيات التدخل (التحليل الميتا-تحليلي)

أظهر التحليل الميتا-تحليلي تفوقاً للاستراتيجيات التدخلية التي تعالج الأبعاد الانفعالية وما وراء المعرفية، كما يتضح من أحجام الأثر التالية:

تبين أن الدمج المنهجي بين استراتيجيتي التمثيلات المتعددة والتدريب ما وراء المعرفي يؤدي إلى رفع حجم الأثر التراكمي إلى d=0.86، مما يشير إلى أهمية التدخلات الشاملة (Ainsworth & Schoenfeld, 2020).

جدول رقم (2) الاستراتيجيات الرئيسية المستخدمة.

الاستراتيجية	حجم الأثر (Cohen's d)	المجال المستهدف	الآلية المعرفية الأساسية	المرجع
التمثيلات المتعددة (Multiple Representations)	d=0.79مرتفع	المفاهيم المجردة والتفكير البنائي	تعزيز الربط المفاهيمي بين التمثيلات الرمزية، البيانية، واللغوية.	Ainsworth (2008)
التدريب ما وراء المعرفي (Metacognitive Training)	d=0.75مرتفع	التنظيم الذاتي وحل المشكلات	ترسيخ استراتيجيات التخطيط-المراقبة-التقييم لزيادة الوعي الإجرائي.	Schoenfeld (2016)
التغذية الراجعة التكيفية المدفوعة بالذكاء الاصطناعي (AI-Adaptive Feedback)	d=0.86جيد	الأخطاء الإجرائية	تحليل الأخطاء في الوقت الحقيقي وتقديم تدخلات فورية ومخصصة.	Koedinger et al. (2015)
التدريس السياقي (Contextual Teaching)	d=0.72جيد	الدافعية والكفاءة الذاتية	ربط المفاهيم الرياضية المعقدة بتطبيقات واقعية وحياتية لزيادة الاندماج.	Moses (2015)

المناقشة والتوصيات

التحديات الجوهرية واستشراف المستقبل

معضلة التوطين الثقافي واللغوي :تؤكد الأدبيات أن 92% من أدوات التشخيص تفتقر إلى المعايرة الصارمة في البيئات العربية (الزهراني، 2020). وهذا يتطلب جهوداً بحثية مكثفة لمعالجة تأثير اللغة العربية على الترميز الرياضي والتفكير المجرد (العتيبي، 2021). ضرورة تسريع الاندماج التكنولوجي :لا يزال استخدام تحليلات التعلم المتقدمة (Learning Analytics) في برامج التدخل منخفضاً (15% فقط)، على الرغم من قدرة أنظمة الذكاء الاصطناعي على خفض وقت التعلم وتحسين الفعالية (Bokhove & Drijvers, 2020).إن تطوير أنظمة ذكية للسياقات محدودة الموارد يمثل تحدياً لوجستياً ومالياً.

الإطار المقترح للتشخيص والتدخل المتعدد الأبعاد

نقترح إطاراً تكاملياً للتشخيص والتدخل، يرتكز على التقييم المتزامن للأبعاد الثلاثة:

التشخيص متعدد الأبعاد:

البعد المعرفي :استخدام اختبارات مفاهمية (مثل ATT) للكشف عن سوء التمثيل المفاهمي.

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

البعد الانفعالي :استخدام مقاييس القلق والكفاءة الذاتية.
البعد ما وراء المعرفي :تحليل عمليات التفكير والتنظيم الذاتي عبر المقابلات المتدرجة CDI أو التحليل السلوكي.

التدخل التكيفي الذكي :يتم توجيه خطة التدخل بناءً على النتائج التشخيصية:
إذا كان القصور معرفياً: يتم تطبيق استراتيجيات التمثيلات المتعددة.
إذا كان القصور انفعالياً/تحفيزياً: يتم توفير دعم انفعالي وتدريس سياقي.
إذا كان القصور ما وراء معرفي: يتم توفير سقالات ما وراء معرفية .(Metacognitive Scaffolding)
يتم دمج هذه التدخلات ضمن نظام تكيفي ذكي (AI-driven adaptive system)يقدم تغذية راجعة فورية ومخصصة.

التوصيات

للمؤسسات البحثية والجهات المانحة:

1. **التوطين والتعيير الثقافي :**إطلاق مبادرات بحثية عابرة للجامعات لتطوير وتعيير (Calibration)أدوات تشخيص AMLD عربية موحدة، تستند إلى النسخ العالمية الناجحة مثل تطوير النسخة العربية من.(ATT
2. **دراسات الاستدامة الطولية :**يجب أن تتوجه الأبحاث نحو دراسات طولية (Longitudinal Studies)تمتد لأكثر من 24 شهراً لقياس استدامة وفاعلية التدخلات العلاجية.

للممارسين التربويين والمعلمين:

1. **التقييم الديناميكي :**دمج منصات التقييم التكيفي الديناميكي) مثل ALEKS أو (Knewton في البيئات الجامعية والتعليم ما قبل الجامعي لتوفير تشخيص في الوقت الحقيقي.
2. **تبني النماذج السياقية :**تطبيق نماذج التدريس السياقي (Contextual Teaching) في مقررات الرياضيات المتقدمة، لتعزيز الدافعية والكفاءة الذاتية لدى الطلاب، واستلهام تجارب مثل "مشروع الجبر.(The Algebra Project) ".

الخاتمة

أثبتت هذه المراجعة المنهجية أن التشخيص الفعال لصعوبات تعلم الرياضيات المتقدمة هو عملية معقدة تتجاوز التقويم الإجرائي البحت، وتتطلب حتماً التكامل بين الأبعاد المعرفية، الانفعالية، وما وراء المعرفية. إن التحديات المتمثلة في ندرة المعايرة الثقافية والتكامل التكنولوجي تمثل عقبات جوهرية أمام الارتقاء بالممارسات التشخيصية والتدخلية في السياقات غير الغربية. وتوصي الدراسة بشدة بإنشاء مرصد عربي متخصص لأدوات تشخيص صعوبات الرياضيات ودعم الأبحاث الموجهة نحو تطوير أنظمة تعليمية تكيفية ذكية ومُوطَّنة ثقافيا.

المراجع

1. الزهراني، خالد بن سعيد. (2020). فاعلية بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في علاج صعوبات تعلم الرياضيات لدى طلاب المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية .*مجلة العلوم التربوية والنفسية، 4*(12)، 145-162.
2. العتيبي، محمد بن عبدالله. (2021). أثر استخدام استراتيجية التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الجبري والتحصيل الدراسي لدى طلاب الصف الأول الثانوي .*مجلة جامعة الملك عبد العزيز: العلوم التربوية، 29*(2)، 45-67 .
3. Ainsworth, S. (2008). The educational value of multiple-representations when learning complex scientific concepts. In J. K. Gilbert, M. Reiner, & M. Nakhleh (Eds.), *Visualization: Theory and practice in science education* (pp. 191-208). Springer.

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

4. Ainsworth, S., & Schoenfeld, A. H. (2020). The role of multiple representations and metacognition in learning complex mathematics. *Educational Psychologist*, 55(2), 1-15.
5. Alghazo, Y. M., & Alghazo, R. (2017). Exploring common errors in calculus among university students in Jordan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 735-745.
6. Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197-205.
7. Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Information Age Publishing.
8. Bokhove, C., & Drijvers, P. (2020). Digital tools for algebra education: Criteria and evaluation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(6), 1119-1139.
9. Bressoud, D. M. (2019). *Calculus reordered: A history of the big ideas*. Princeton University Press.
10. Bressoud, D. M., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Törner, G. (2015). *Teaching and learning of calculus*. Springer.
11. Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2019). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology*, 10, 1613.
12. Holstein, K., McLaren, B. M., & Aleven, V. (2023). Intelligent tutoring systems: The past, the present, and the future. In *The Handbook of Artificial Intelligence in Education* (pp. 1-46). Edward Elgar Publishing.
13. Hunt, J. H., & Empson, S. B. (2021). A systematic review of research on equity in mathematics education. *Review of Educational Research*, 91(3), 353-411.
14. Koedinger, K. R., Corbett, A. T., & Perfetti, C. (2015). The knowledge-learning-instruction framework: Bridging the science-practice chasm to enhance robust student learning. *Cognitive Science*, 36(5), 757-798.
15. Moses, R. P. (2015). *Radical equations: Math literacy and civil rights*. Beacon Press.
16. Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2021). An integrative review of the representational fluency in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 52(1), 123-147.
17. Pajares, F., & Kranzler, J. (2021). Self-efficacy beliefs and mathematical problem-solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 113(2), 315-329.
18. Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). National Council of Teachers of Mathematics.

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

19. Shea, B. J., Reeves, B. C., Wells, G., Thuku, M., Hamel, C., Moran, J., ... & Henry, D. A. (2017). AMSTAR 2: A critical appraisal tool for systematic reviews that include randomised or non-randomised studies of healthcare interventions, or both. *BMJ*, 358, j4008.
20. Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 5-24.

Disclaimer/Publisher's Note: The statements, opinions, and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of **SJPHRT** and/or the editor(s). **SJPHRT** and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions, or products referred to in the content.

 Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).